

BILANGAN

MACAM-MACAM BILANGAN

1. **Bilangan Asli** adalah bilangan 1, 2, 3, ... dan seterusnya.
2. **Bilangan Cacah** adalah bilangan 0, 1, 2, 3, ... dan seterusnya.
3. **Bilangan Bulat**, adalah ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... dan seterusnya.
4. **Bilangan Rasional** adalah bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat serta $b \neq 0$. Misal : $\frac{5}{6}, \frac{1}{4}, 5\frac{7}{4}$, dan sebagainya.
5. **Bilangan Irrasional** adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan $\frac{a}{b}$ atau bilangan yang bukan rasional. Misalnya: $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}$, dan sebagainya.
6. **Bilangan Real** adalah bilangan yang terdiri dari bilangan rasional dan Irrasional.
7. **Bilangan Kompleks** adalah bilangan yang berbentuk $a + bi$ dan a, b adalah bilangan real serta i dikenal sebagi bilangan imajiner ($i^2 = -1$).

OPERASI BILANGAN BULAT

PENJUMLAHAN

$$\begin{aligned} (+) + (+) &= (+) \\ (-) + (-) &= (-) \\ (+) + (-) &= (+) \\ (-) + (+) &= (-) \end{aligned}$$

PENGURANGAN

$$\begin{aligned} (\pm) \pm (\pm) &= \pm \\ (+) - (-) &= (+) \\ (-) - (+) &= (-) \end{aligned}$$

PERKALIAN

$$\begin{aligned} (+) \times (+) &= (+) \\ (-) \times (-) &= (+) \\ (+) \times (-) &= (-) \\ (-) \times (+) &= (-) \end{aligned}$$

PEMBAGIAN

$$\begin{aligned} (+) \div (+) &= (+) \\ (-) \div (-) &= (+) \\ (+) \div (-) &= (-) \\ (-) \div (+) &= (-) \end{aligned}$$

Sifat-sifat operasi bilangan:

1. Komutatif (Pertukaran)

$$\begin{aligned} a + b &= b + a \\ a \times b &= b \times a \end{aligned}$$

2. Asosiatif (Pengelompokan)

$$\begin{aligned} (a + b) + c &= a + (b + c) \\ (a \times b) \times c &= a \times (b \times c) \end{aligned}$$

3. Distriutif (Penyebaran)

$$\begin{aligned} a \times (b + c) &= (a \times b) + (a \times c) \\ a \times (b - c) &= (a \times b) - (a \times c) \end{aligned}$$

Contoh:

1. $3 + (-2) = 1$
2. Hasil dari $5 + [(-2) \times 4]$ adalah...

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} 5 + [(-2) \times 4] &= 5 + [-8] \\ &= 5 - 8 \\ &= -3 \end{aligned}$$

3. Dalam kompetisi matematika, setiap jawaban benar diberi skor 4, salah -2 dan tidak dijawab -1. Dari 50 soal yang diberikan, Budi menjawab benar 39 dan salah 4. Skor yang diperoleh Budi adalah...

Penyelesaian:

Berdasarkan informasi dari soal dapat kita peroleh:

- Budi menjawab soal dengan Benar 39 soal, skornya $39 \times 4 = 156$
- Budi menjawab soal dengan Salah 4 soal, skornya

$$4 \times (-2) = -8$$

- Sehingga soal yang tidak dijawab atau soal yang kosong adalah

$$50 - (39 + 4) = 7$$

$$\text{Sehingga skornya } 7 \times (-1) = -7$$

- Skor total yang diperoleh Budi adalah $156 + (-8) + (-7) = 141$

Jadi skor totalnya adalah 141

KONVERSI

1. Konversi Pecahan ke persen

adalah mengubah pecahan biasa dengan cara membagi pembilang dengan penyebut, lalu mengalikan hasilnya dengan 100%.

Contoh:

Bentuk persen $\frac{2}{5}$ adalah...

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \times 100\% &= \frac{2}{5} \times \frac{100}{1} \\ &= 2 \times \frac{20}{1} \\ &= \frac{40}{1} \\ &= 40\% \end{aligned}$$

2. Perbandingan dua buah nilai dapat dinyatakan sebagai pembagian atau pecahan biasa.

Misal = $3 : 5$ atau $\frac{3}{5}$ dibaca 3 banding 5.

Secara umum perbandingan antara besaran a terhadap b dituliskan sebagai $a : b$ atau $\frac{a}{b}$ (dibaca "a banding b").

a. Perbandinagn senilai, disebut sebagai perbandingan senilai jika dua

perbandingan harganya sama.

Contoh:

Sebanyak 5 liter minyak memiliki massa 4 kg, dan 10 liter minyak memiliki massa 8 kg. Perbandingan antara volume minyak dan massanya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$5 : 10 = 4 : 8 \text{ atau}$$

$$1 : 2 = 1 : 2.$$

b. Perbandingan berbalik nilai,

disebut perbandigan berbalik nilai jika dua perbandingan harganya saling berbalikan.

Contoh:

Suatu pekerjaan jika dikerjakan oleh 1 orang akan selesai dalam 60 hari, jika 2 orang 30 hari, 3 orang 20 hari dan seterusnya

<i>x</i>	1	2	...	60
<i>y</i>	60	30	...	1

dengan $x = \text{Banyaknya orang}$ dan $y = \text{Waktu}$

Jika banyaknya orang yang mengerjakan bertambah maka banyaknya hari berkurang. Perbandingan banyak orang dan banyaknya hari tidak tetap (akan tetapi hasil kali dua variabel tersebut tetap). Dengan model matematika maka persyaratan tersebut dapat ditulis :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$$

- c. **Skala** adalah perbandingan antara jarak (panjang pada gambar) dan jarak (panjang sebenarnya).

Contoh:

Jarak kota Blitar ke kota Kediri adalah 25 km. Sebuah peta memiliki skala 1:500.000. Berapakah jarak dari kota Blitar ke kota Kediri di peta?

Penyelesaian:

$$25 \text{ km} = 2.500.000 \text{ cm.}$$

$$2.500.000 : 500.000 = 5 \text{ cm.}$$

OPERASI PADA BILANGAN BERPANGKAT

Bilangan berpangkat adalah entuk perkalian suatu bilangan dengan dirinya sendiri secara berulang-ulang, yang berfungsi untuk menyederhanakan penulisan perkalian berulang. Bilangan pokoknya disebut basis dan bilangan yang menunjukkan banyaknya perkalian disebut eksponen atau pangkat.

Bentuk Umum:

$$a^n = a \times a \times a \dots \times a \text{ sebanyak } n \text{ faktor}$$

Sifat-sifat bilangan berpangkat

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$
4. $(ab)^m = a^m b^m$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, untuk $b \neq 0$
6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
7. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
8. $a^0 = 1$, untuk $a \neq 0$

Contoh:

1. $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

$$2. \frac{3^2}{3^2} = 3^{2-2} = 3^0 = 1$$

3. Jika $9^{4x} \div 3^{2x} = 2187$ maka nilai dari x adalah...

Penyelesaian:

$$9^{4x} \div 3^{2x} = 2187$$

$$(3^2)^{4x} \div 3^{2x} = 2187$$

$$3^{8x} \div 3^{2x} = 2187$$

$$3^{8x-2x} = 3^7$$

$$8x - 2x = 7$$

$$6x = 7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

OPERASI PADA BILANGAN IRRASIONAL (BENTUK AKAR)

Akar merupakan lawan dari pangkat dengan tanda yang dipunyai oleh suatu bilangan adalah untuk menunjukkan bahwa pangkat dari bilangan tadi dibagi oleh indeks yang terdapat pada tanda akar.

Bentuk umum: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Sifat-sifat bentuk akar:

1. $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$
2. $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$
3. $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
4. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

Contoh:

1. Bentuk sederhana dari $\sqrt{75}$ adalah...

Penyelesaian:

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

2. Hasil dari $3\sqrt{2} + \sqrt{24}$ adalah...

Penyelesaian:

$$3\sqrt{6} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} + \sqrt{6 \times 4}$$

$$= 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$= 5\sqrt{6}$$

3. Hasil dari $\sqrt[2]{8^{\frac{2}{3}}}$ adalah...

Penyelesaian:

$$\sqrt[2]{8^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{(2^3)^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{2^2} = 4$$

OPERASI AKAR SEKAWAN

Akar sekawan adalah bentuk akar dengan tanda operasi yang berbeda dari bentuk akar aslinya, tetapi memiliki bagian akar yang sama. Tujuannya untuk memudahkan proses merasionalkan penyebut suatu pecahan.

Bentuk Akar	Akar Sekawan
$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
$a + \sqrt{b}$	$a - \sqrt{b}$
$a - \sqrt{b}$	$b - \sqrt{a}$
$\sqrt{a} + \sqrt{b}$	$\sqrt{a} - \sqrt{b}$
$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$

Contoh:

Hasil dari $\frac{4}{\sqrt{3}-2}$ adalah...

$$\begin{aligned} \frac{4}{1 + \sqrt{3}} &= \frac{4}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{4(1+\sqrt{3})}{1-3} \\ &= \frac{4 + 4\sqrt{3}}{-2} \\ &= -2 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$